
DENSITE, POPULATION CUMULEE ET TEMPS D'ACCES

ANALYSE DES RELATIONS ENTRE MORPHOLOGIE URBAINE ET TEMPS D'ACCES DANS L'AIRES URBAINE DIJONNAISE

Cyril Enault

2 Boulevard Gabriel 21000 DIJON 03 80 39 57 37

cyril.enault@u-bourgogne.fr

RESUME. Envisagé dès 1951, le modèle de Clark est aujourd'hui une référence en économie urbaine pour la modélisation des densités. Pourtant, en 1972, René Bussière, met au point un nouveau modèle de densité bien mieux ajusté aux données de population et plus à même de décrire l'étalement urbain. Reprenant ce modèle, Eric Tabourin et Alain Bonnaïfous, en 1994, propose une nouvelle formalisation adaptée aussi bien à la ville qu'à l'espace périurbain. Cette communication se propose de tester ces modèles standards de l'économie urbaine en commençant par vérifier la validité des hypothèses monocentriques d'Alonso sur Dijon. Il est ainsi montré que l'on ne peut appliquer les logiques de Clark ou Bussière uniformément sur l'espace et qu'il convient de déterminer des secteurs où les modèles seront envisageables. Il est ensuite considéré que le temps d'accès est un bien meilleur descripteur que la distance au centre. Une méthode de calcul des vitesses est mise au point pour déterminer les temps d'accès au centre. En partant de ces résultats, un modèle a pour objet de montrer la non-linéarité du temps par rapport à la distance, ce qui contribue, dans l'éventualité d'une substitution de la distance par le temps à une reformulation des modèles de Clark et de Bussière. On est alors en mesure de spatialiser le modèle de Bussière en fonction des temps d'accès en mettant ainsi en avant une nouvelle rupture de nature temporelle trouvant son origine chez Zahavi et sa fameuse constance des budgets temps.

ABSTRACT. Under consideration since 1951, the Clark's model is today a reference in urban economy for the modeling of the densities. However, in 1972, Rene Bussière, develops a new model of density well better adjusted to the data of population and more able to describe the geographic urban dispersion. Taking again this model, Eric Tabourin and Alain Bonnaïfous, in 1994, propose a new formalization adapted as well to the city and also to the periurban area. This communication proposes to test these standard models of urban economy while starting by checking the validity of the Alonso's monocentric assumptions on Dijon.. It is thus shown that we cannot apply logics of Clark or Bussière uniformly on the space and that it is appropriate to determine sectors where the models will be possible. It is then considered that the access time is a much better descriptor than the distance to the center. A method of calculation speeds is developed to determine access times to the center. On the basis of these results, a model has the aim of showing the non-linearity of time compared to the distance, which contributes, in the eventuality of a substitution of the distance by time with a reformulation of the models of Clark and Bussière. One is able then to spatialize the model of Bussière according to access times by putting thus ahead a new rupture of temporal nature finding its origin at Zahavi and his famous constancy of the budgets time.

MOTS-CLES : Bussière, Clark, Temps d'accès, densité, vitesse, Dijon

KEY WORDS : Bussière, Clark, Acces-Time, density, speed, Dijon

1 Structure de l'agglomération dijonnaise et modélisation de Bussière

Toute application du modèle de Bussière sur une ville requiert que cette dernière réponde aux exigences d'Alonso, ce qui doit se traduire par quatre conditions :

- la concentration des emplois dans le centre de la ville dans le CBD
- l'homogénéité spatiale : l'espace est considéré comme uniforme
- une autre hypothèse est la continuité spatiale que ce soit au niveau du relief, des infrastructures routières ou des institutions. Autrement dit, la localisation résidentielle est possible en tous points et il n'existe aucun lieu qui ne soit inaccessible.
- Enfin, la dernière hypothèse est l'isotropie spatiale qui suppose « un coût de transport indépendant de la direction empruntée » (Peguy 2002), ce qui se traduit par des temps d'accès identiques quelle que soit la direction, d'où l'image de la ville circulaire.

Pour tester un certain nombre de ces éléments, nous proposons dans un premier temps d'effectuer une recherche du centre, ce qui nous permettra de procéder à une première application des modèles de densité et de Bussière. Nous testerons ensuite la validité de l'hypothèse monocentrique sur l'agglomération. On montrera alors que l'on doit considérer non plus le modèle de Bussière le plus classique mais une de ses formes secondaires : le modèle sectorisé.

1.1 La recherche du centre

La COMADI (communauté d'agglomération dijonnaise)¹ présente une structure dont on peut affirmer au premier abord qu'elle est radio-concentrique. Le centre de cette agglomération doit par conséquent, suivant cette logique se placer au cœur du dispositif historique, c'est-à-dire à l'emplacement du centre de gravité du cœur historique (périmètre à l'intérieur des boulevards du XIX^{ème} siècle). Il se positionne dans la ville de Dijon, approximativement devant la mairie, place de la Libération. On peut légitimement se poser la question de la validité de cette localisation.

Pour le vérifier, nous emploierons la méthode des barycentres des populations pour éventuellement évaluer la distance séparant le centre de gravité du cœur historique de ce point.

On utilise les formules suivantes pour déterminer les coordonnées du barycentre :

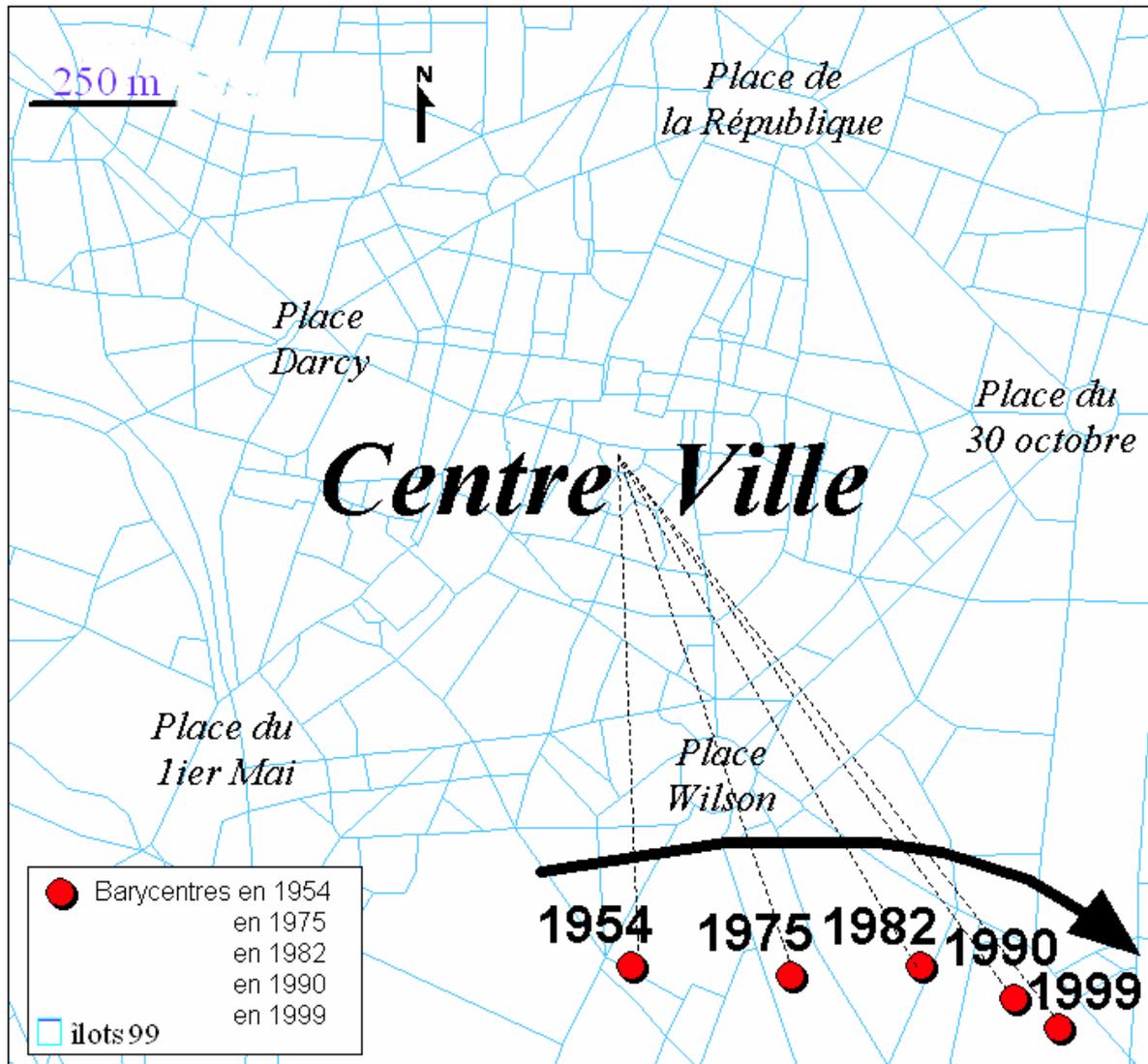
$$x_G = \frac{\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_n x_n}{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n}$$
$$y_G = \frac{\alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2 + \dots + \alpha_n y_n}{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n}$$

où x_G et y_G sont les coordonnées lambert II carto du barycentre, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$, les valeurs des populations de chaque commune, x_1, x_2, \dots, x_n les coordonnées en longitude des centroides des communes et y_1, y_2, \dots, y_n les coordonnées en latitude des centroides des communes.

Dans un premier temps, nous procédons au calcul des barycentres d'un périmètre bien plus large que la simple agglomération, puisqu'il s'agit de l'aire urbaine (168 communes comprenant le pôle urbain dijonnais ainsi que le périurbain).

¹ Comprenant 16 communes : Daix, Talant, Marsannay, Plombière-les-Dijon, Perrigny-les-Dijon, Longvic, Ouges, Neuilly-les-Dijon, Sennecey-les-Dijon, Chevigny-Saint-Sauveur, Quetigny, Saint-Appolinaire, Fontaine-les-Dijon, Ahuy et Dijon

Figure 1 – Déplacement du barycentre de l'aire urbaine dijonnaise entre 1954 et 1999

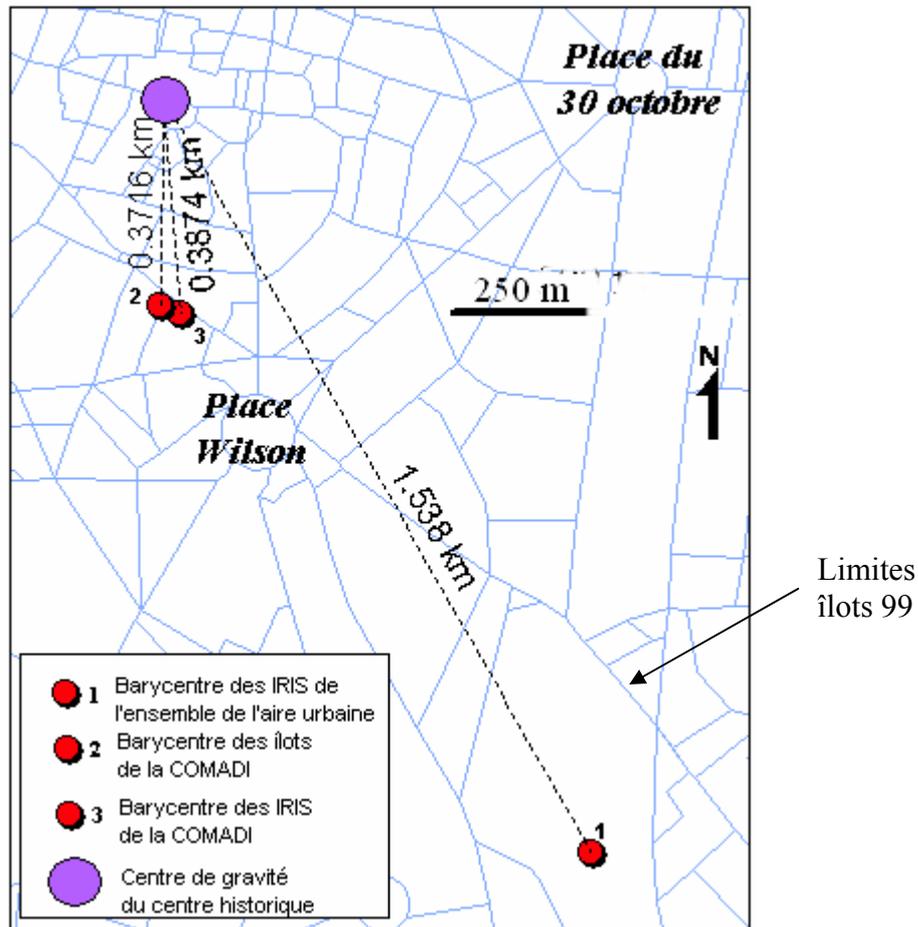


C.Enault laboratoire THEMA Dijon MAPINFO

Le barycentre est calculé pour chaque recensement entre 1954 et 1999. Il apparaît que ce dernier est situé, pour l'aire urbaine, à une distance relativement éloignée de notre centre de gravité du centre historique de la commune de Dijon. Elle est de 899 m en 1954, 971 en 1975, 1041 en 1982, 1175 en 1990 et enfin de 1268 en 1999. Cela nous montre que les populations au niveau de l'aire urbaine ne sont pas aussi concentrées que l'on aurait pu l'imaginer. Par ailleurs, on constate une tendance à l'accroissement de cette distance, un déplacement du barycentre des populations vers le sud est, rapide entre 1954 et 1990, ce qui traduit une tendance à la périurbanisation dans cette direction durant cette période et plus lente entre 1990 et 1999 traduisant un certain essoufflement de ce mouvement.

Contrairement à l'aire urbaine, au niveau de l'agglomération, on perçoit une plus grande proximité entre le centre de gravité et le barycentre des populations (figure 2).

Figure 2 – Barycentre au niveau des IRIS et des îlots



C.ENAULT Laboratoire THEMA Dijon MAPINFO

Si on reprend le calcul effectué pour les communes avec les IRIS (îlots regroupés pour l'information statistique) de l'aire urbaine, de l'agglomération et les îlots, on ne trouve absolument pas les mêmes résultats. Si au niveau de l'aire urbaine, le barycentre est toujours aussi éloigné, ce n'est pas le cas des IRIS de l'agglomération ou des îlots pour lesquels on obtient un point très proche de notre centre de gravité (0.371 et 0.387 km). On peut donc en conclure que le centre de gravité du centre historique de Dijon semble être un bon choix pour le point central de l'agglomération mais néanmoins moins intéressant pour l'aire urbaine.

Pour la suite de notre étude, nous conserverons donc cet emplacement pour l'ensemble des calculs.

1.2 Une première application des modèles de densité et de populations cumulées

Notre premier objectif est donc rempli, à savoir le choix de notre centre d'agglomération, dans lequel nous supposons, pour l'instant, que l'ensemble des emplois sont regroupés. On peut ainsi procéder à l'application des modèles de densité.

1.2.1 La logique de Clark pour l'aire urbaine

L'examen des densités de population en fonction de la distance au centre met en évidence une logique qui n'est certainement pas de nature linéaire mais plus vraisemblablement exponentielle.

Ayant appliqué un modèle sur un échantillon très varié et important dans le monde entier, C.Clark (1951) avait pu montrer que les villes répondaient peu ou prou à une « loi » assez générale liant la distance au centre avec la densité. Cette dernière a depuis été largement éprouvée aux USA (Mills 1969), au Canada (Edmonston, Goldberg, Mercer 1984), en Europe (Mills 1980), en Amérique latine (Ingram, Carroll 1976) ou plus récemment en France sur un échantillon de 123 aires urbaines françaises (Peguy 2002).

$$D(u) = De^{-\mu u}$$

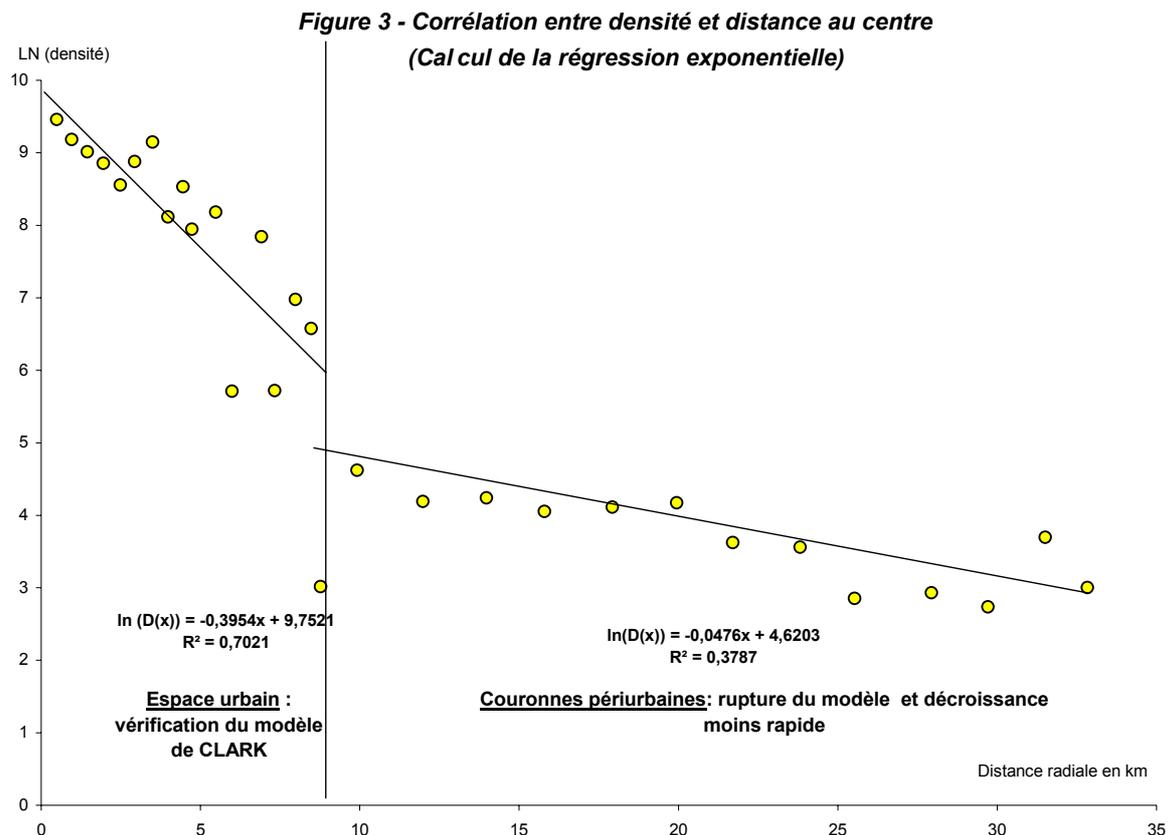
$D(u)$ est la densité à une distance u du centre, γ le gradient de densité, u la distance radiale au centre de l'agglomération et D la densité au centre de la ville (la nomenclature utilisée est celle de Mills).

Pour envisager ce modèle, on linéarise la fonction précédente donnant la formule :

$$\ln D(u) = -\gamma u + \ln D$$

On peut naturellement tester l'expression suivante sur l'aire urbaine dijonnaise. Les résultats obtenus par P.Y.Peguy (2000) donnent les valeurs suivantes pour le recensement de 90: 0.731 pour D , 0.082 pour γ avec une R^2 de seulement 0.27 (A noter que les unités ne sont pas précisées).

Au niveau de l'agglomération dijonnaise, on repère finalement l'existence d'une double régression exponentielle marquant une rupture vers 7, 8 km, distance à laquelle on passe de l'urbain au rural (figure 3).



A un niveau plus fin, nous pouvons toutefois définir une nouvelle fonction de densité pour l'agglomération.

1.2.2 Quelle logique pour l'agglomération ?

Au niveau de l'agglomération, les mesures de densité mettent en évidence une nouvelle logique quelque peu différente de celle proposée pour l'aire urbaine. On peut alors distinguer un phénomène de plateau vers le centre ville. Pour modéliser ce fait, on ne peut retenir la fonction traditionnelle de Clark, qui ne distingue qu'une unique exponentielle négative du centre vers la périphérie. Il est ainsi nécessaire d'utiliser une nouvelle fonction de densité reposant sur deux gradients de densité : la fonction de Newling (1969). Ce modèle est un peu le pendant de la fonction de Clark puisqu'il propose trois formes au lieu d'une :

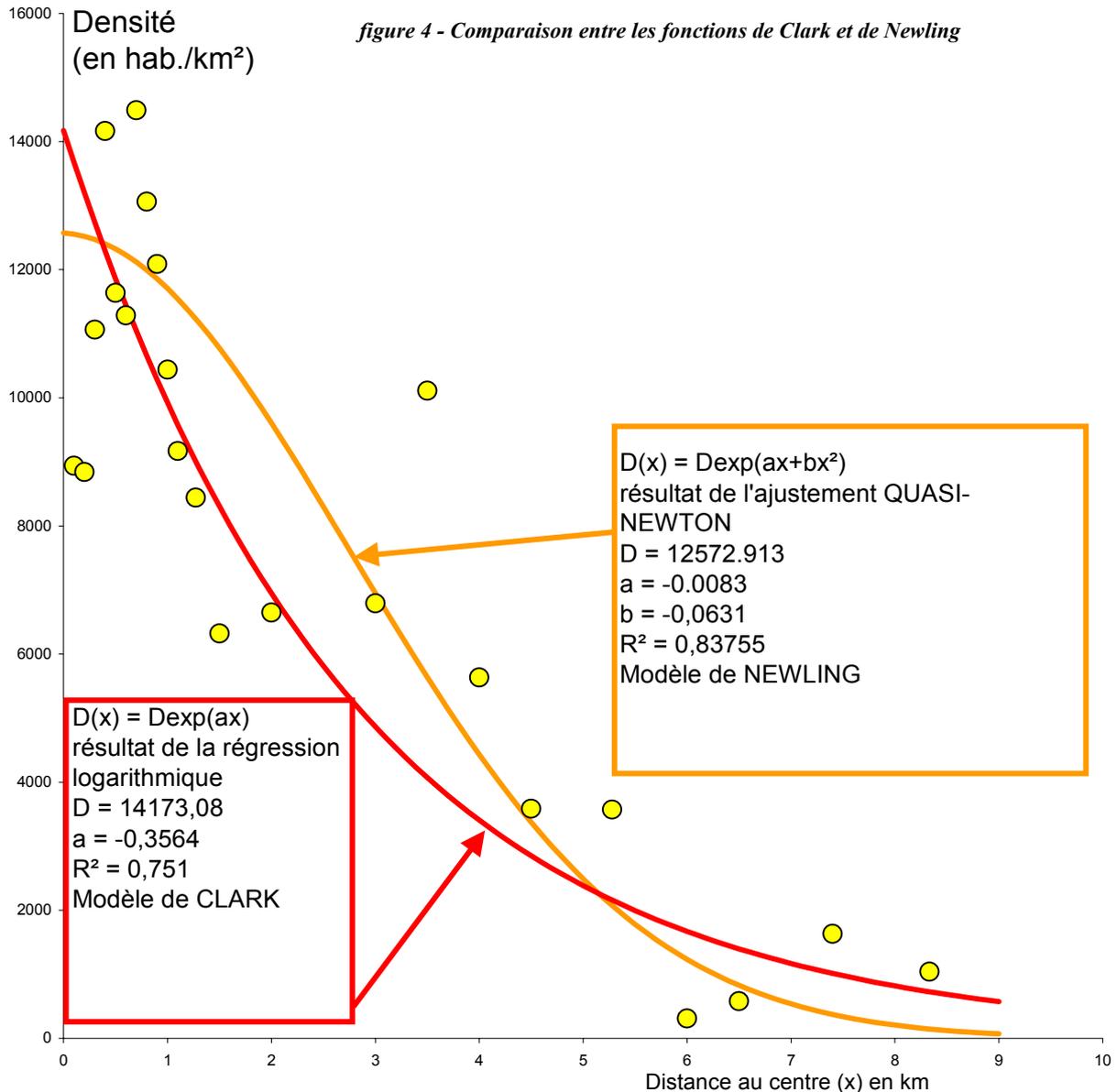
- une forme de type exponentielle négative
- une forme à cratère de densité ou encore sous la forme « trou de beigne » (Tellier 2000)
- une forme intermédiaire avec plateau de densité de type tangente.

Quelle forme adopte notre ville ? L'ajustement nous apporte les premiers éléments de réponse. L'agglomération dijonnaise semble répondre plutôt à un profil de type Tanner-Sherratt, c'est-à-dire une ville possédant une forte densité centrale décroissant assez lentement (selon un profil relativement tangent vers le centre), allant vers une densité périphérique faible.

La formalisation proposée pour l'analyse des trois profils est la suivante :

$$D(x) = D_0 e^{bx-cx^2}$$

où x est la distance au centre, $D(x)$ la densité en x , c est la mesure du taux de changement du logarithme de la densité en fonction de la distance au carré, b le gradient de densité et D_0 la densité au centre.
 On peut alors procéder à une comparaison entre le modèle de Clark et celui de Newling (figure 4).



Suivant un ajustement non-linéaire, on montre que le modèle de Newling offre un meilleur coefficient de détermination de l'ordre de 0.837 contre 0.75 pour le modèle de Clark. En somme, l'agglomération dijonnaise répond plutôt à un profil médian entre la ville à cratère et le modèle purement exponentiel négatif.

1.2.3 Le modèle de Bussière

Si on considère que la logique de Clark est peu ou prou respectée (0.751, ce qui représente tout de même un bon coefficient de détermination), il est possible d'utiliser un autre modèle pour évaluer les populations cumulées. On emploie alors la fonction de Bussière.

L'idée est de partir de la logique de Clark. La population pour une distance x du centre est toujours égale au produit de la densité par la surface. Or, pour une certaine distance, on peut estimer que la surface est infiniment petite assimilable au périmètre soit $2\pi x$. La population à une distance x du centre est donc le produit de la densité par le périmètre. La population comprise entre le centre O et la distance x est alors la somme du produit de la densité par le périmètre, ce qui s'interprète comme l'intégrale de 0 à x soit :

$$P(x) = \int_0^x D(x) S(x) = \int_0^x D e^{-\gamma x} 2\pi x = 2\pi D \int_0^x e^{-\gamma x} x$$

$$P(x) = \frac{2D\pi}{\gamma^2} (1 - (1 + \gamma x) e^{-\gamma x})$$

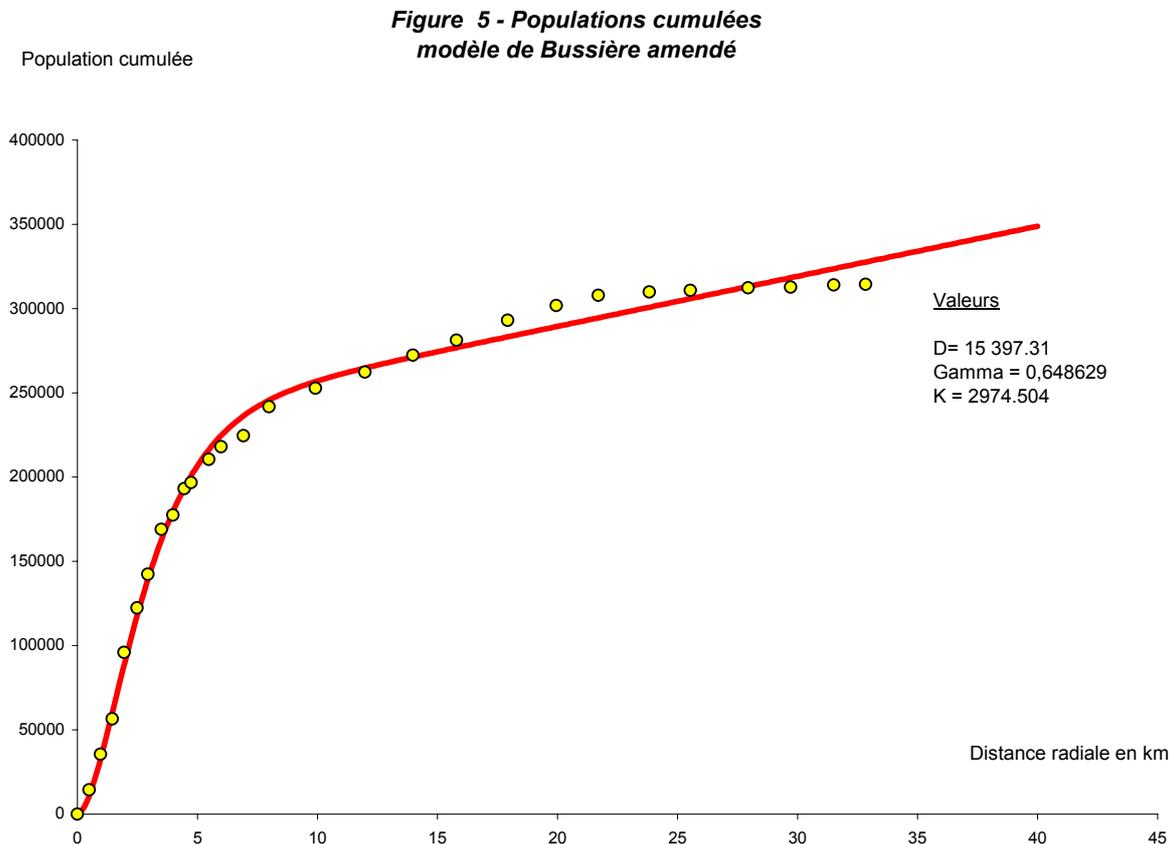
où x est la distance radiale au centre, $P(x)$ est la population cumulée entre le centre O et la distance x , D la densité en 0 et γ le gradient de densité.

Ce modèle permet ainsi de calculer la population entre un centre O et une distance x , soit la population cumulée. Il fonctionne pour les agglomérations. Au niveau de l'aire urbaine, il est toutefois assez peu adapté en raison de la rupture du modèle de Clark entre l'urbain et le périurbain.

Pour cette raison, on a mis en place un nouveau modèle plus efficient à la fois pour les deux types d'espace : le modèle amendé (Tabourin, Bonnafous 1994) en ajoutant à la formalisation précédente un facteur Kx selon la formule :

$$P(x) = \frac{2\pi D}{\gamma^2} (1 - (1 + \gamma x) e^{-\gamma x}) + Kx$$

L'ajustement au niveau de l'aire urbaine dijonnaise, selon des modalités non-linéaires (ajustement de type Quasi-Newton), fournit de très bons coefficients de détermination proche de 100% (0.99518), ce qui va dans le sens d'une très bonne application (figure 5).



Est-ce pour cela que l'on doit affirmer que la logique de Clark et de Bussière est respectée sur l'ensemble de l'aire urbaine ? Nous proposons dans le paragraphe suivant de montrer le contraire.

1.3 La logique centre périphérie est-elle pleinement adaptée à l'agglomération dijonnaise ?

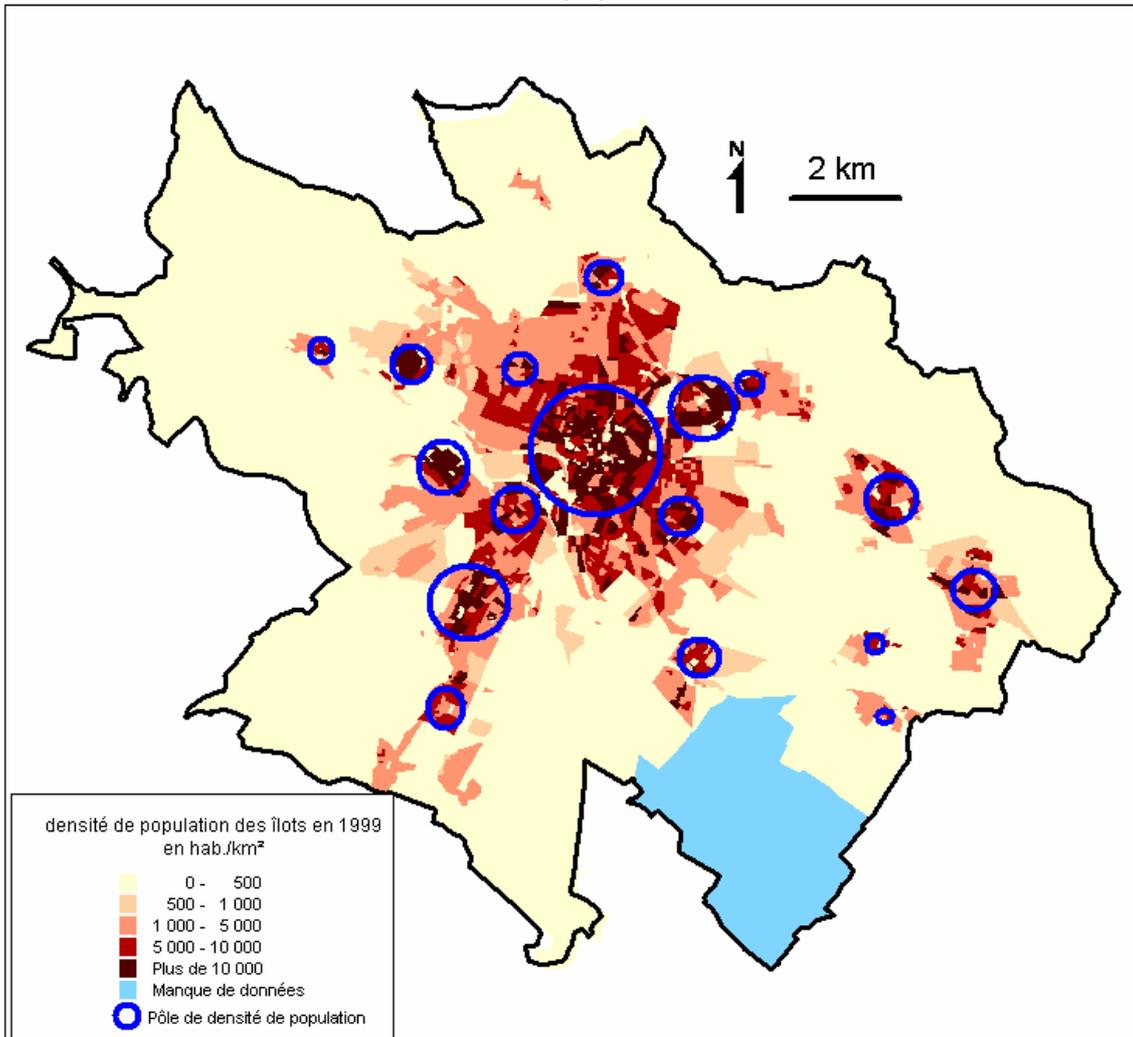
Des analyses radiales par grandes directions permettent de montrer que les densités de population ne s'organisent pas de façon aussi simplistes comme aurait pu le laisser prévoir le modèle centre périphérie. Une analyse même très rapide de la carte des densités permet également de conclure plutôt à une répartition de type polynucléaire (figure 6).

On observe alors une répartition des densités selon certes un gradient centre-périphérie mais très fortement perturbé par des pôles ou des pics de densité dans les périphéries (figure 6) comme dans la partie sud (Chenôve) ou est (Grésilles) ou encore l'ouest (Fontaine d'Ouche ou Talant).

On peut bien évidemment en déduire qu'il serait abusif de réduire notre agglomération, en ce qui concerne les densités, à une simple logique centre périphérie.

Nous proposons donc de montrer qu'il est possible de définir un angle pour lequel le modèle de densité centre périphérie est applicable.

Figure 6 -
Pôles de densité de population des îlots en 1999

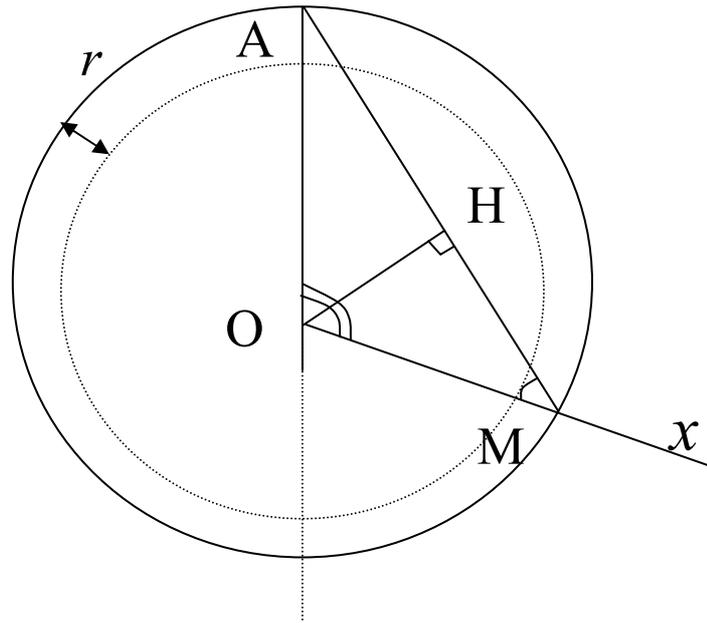


C.Enault Laboratoire THEMA Dijon MAPINFO

1.3.1 L'agglomération dijonnaise répond elle à une logique sectorielle ?

Déterminer si la ville suit une logique sectorielle revient à envisager, pour une distance donnée du centre, la répartition des densités en fonction de l'angle par rapport au nord géographique. Pour ce faire, aidons nous rapidement de la géométrie plane (figure 7).

Figure 7 - Détermination de l'angle au nord géographique



Si l'on considère que la ville est de centre O et de rayon x et que le centroïde des îlots est le point M, la droite (OA), passant par le centre et se dirigeant vers le nord forme un angle \widehat{AOM} avec la droite (Ox). On peut le déterminer à partir des deux formules suivantes :

$$\text{- à droite de (OA), } \widehat{AOM} = \pi - 2\text{Arccos}\left(\frac{AM}{2x}\right)$$

$$\text{- à gauche de (OA), } \widehat{AOM} = 2\pi - \left(\pi - 2\text{Arccos}\left(\frac{AM}{2x}\right)\right) = \pi + 2\text{Arccos}\left(\frac{AM}{2x}\right)$$

Pour un angle donné (variant de 0 à 360° ou de 0 à 2π), on dispose de la densité, ce qui permet de réaliser les graphiques suivants pour des distances entre 1.5 et 2.5 km du centre et de 2.5 à 3.5 km (respectivement figure 8 et 9).

Figure 8 - Densité de population et angle au nord géographique entre 1.5 et 2.5 km du centre

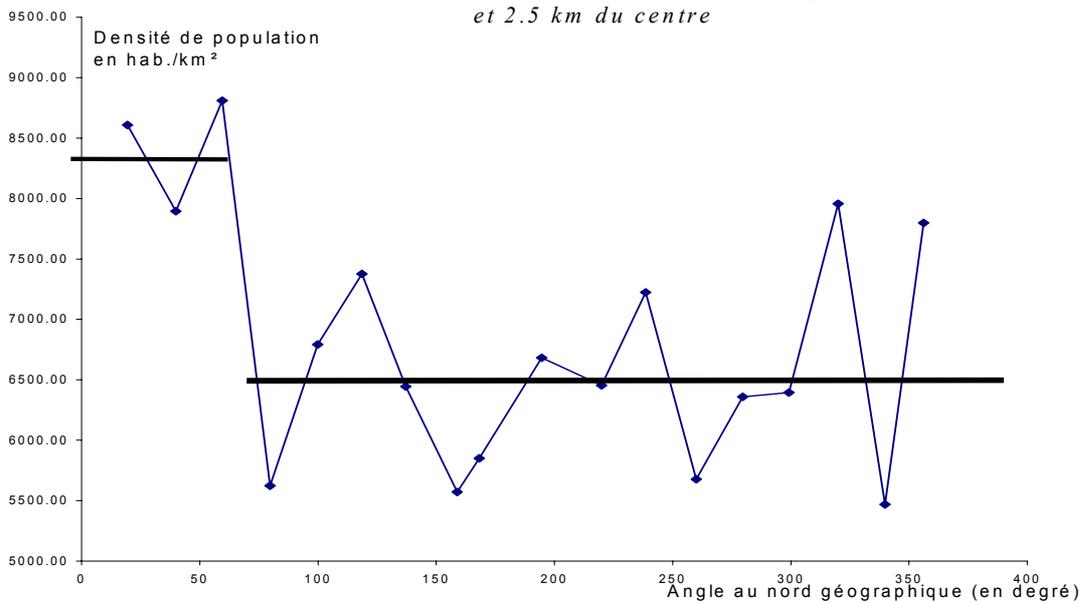
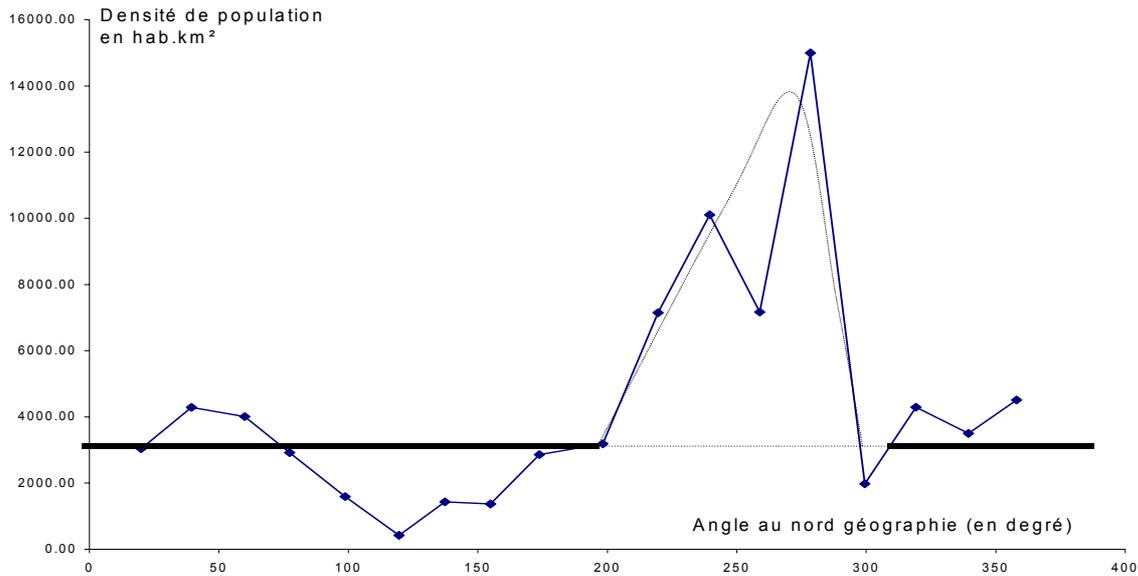
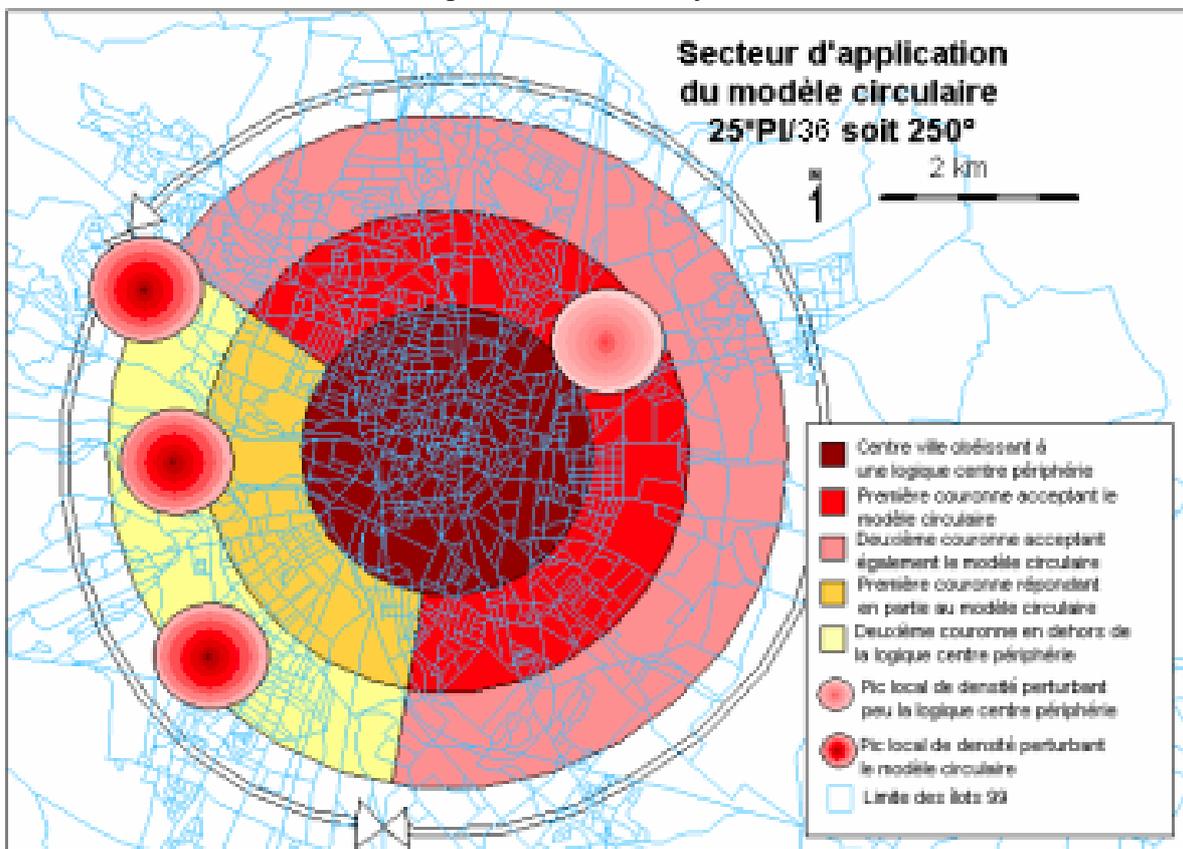


Figure 9 - Densité de population et angle au nord géographique entre 2.5 et 3.5 km du centre



Ces deux graphiques appellent à deux conclusions radicalement différentes pour le centre et la périphérie de l'agglomération dijonnaise (entre 2.5 et 3.5 km du centre). On en déduit, qu'au centre, la différence entre les directions n'est pas fondamentale puisque les densités tournent autour de 6500 alors que pour la périphérie, on observe de fortes disparités fonctions de l'angle au nord. Ainsi, entre 0 et 200°, les densités sont très faibles, soit un total de 260° ou $25\pi/36$. Pour cet angle, le modèle monocentrique est applicable alors que pour le complémentaire ($11\pi/36$), il ne l'est pas. Nous pouvons résumer ces informations par la carte suivante (figure 10) :

Figure 10 – Le modèle dijonnais



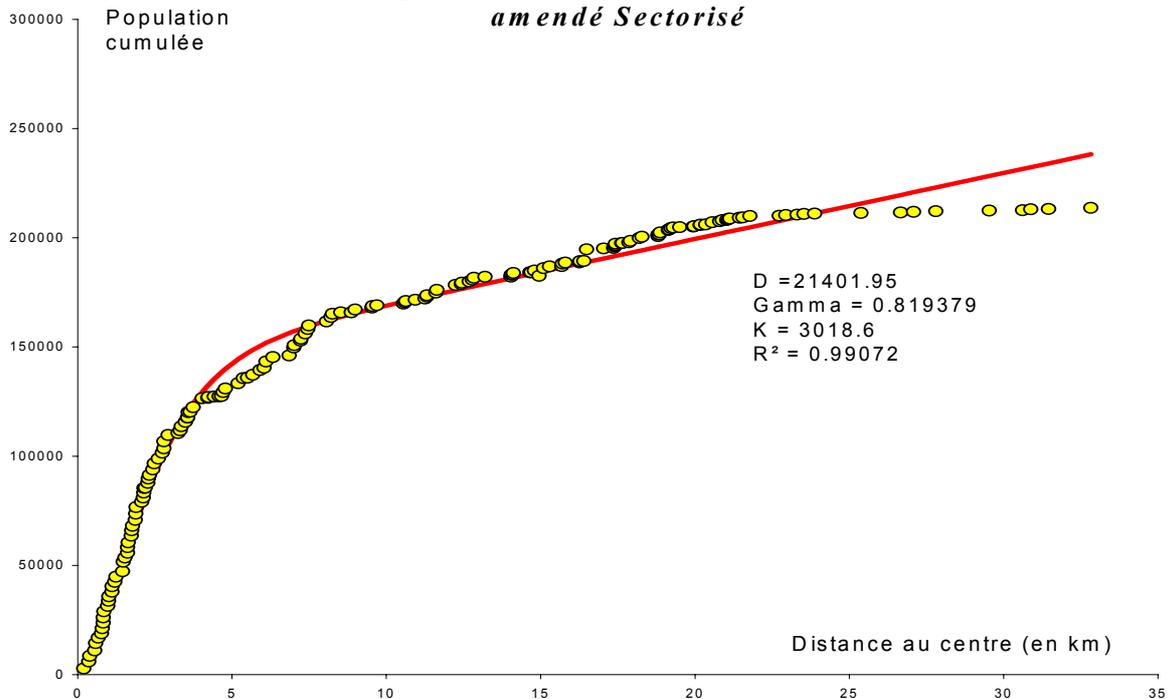
C.Enault laboratoire THEMA Dijon MAPINFO

On peut ainsi déterminer sans aucune difficulté les paramètres du modèle monocentrique dans la partie est alors que la partie ouest semble plus perturbée par les pics de densité.

En conséquence, si on désire appliquer le modèle de Bussière, on doit tenir compte de cet angle et ne retenir que la partie sectorisée est selon la formule :

$$P(x) = \frac{25\pi D}{36\gamma^2} \left(1 - (1 + \gamma x) e^{-\gamma x}\right) + Kx$$

**Figure 11 - Modèle de BUSSIÈRE
amendé Sectorisé**



Il nous a été possible de montrer que l'agglomération dijonnaise disposait d'un centre qu'il était possible d'identifier près de la place de la Libération devant la mairie, que l'on pouvait également à partir de ce dernier appliquer différents modèles de densité et de population cumulée même si une analyse plus en profondeur permettait de montrer que le modèle monocentrique n'était que partiellement valide. Dijon et son agglomération répondent ainsi plus vraisemblablement à un modèle sectoriel que l'on peut utiliser pour le modèle de Bussière. Jusqu'à présent, nous n'avons utilisé que la distance au centre comme descripteur de la densité, pourquoi ne pas s'orienter vers d'autres variables comme les temps d'accès ?

2. Evaluation des temps d'accès

Pour déterminer les temps d'accès nous avons à notre disposition plusieurs possibilités et principalement deux types de système : le raster et le vecteur.

Le mode raster a pu être envisagé par Passequé (1997) mais pour des échelles spatiales moyennes, notre champ d'étude est assez petit, c'est pour cette raison que nous nous engageons plutôt vers le système vecteur. Le principe est relativement simple puisque nous partons d'une vectorisation, puis nous calculons les vitesses pour enfin déterminer les plus courts chemins par des algorithmes de cheminements minimaux. Les cartes de temps d'accès reposent sur une base de données contenant chaque plus court chemin du centre vers la totalité des communes (soit un total de 168 cheminements minimaux). De l'ensemble de ces opérations, la plus complexe est sans doute le calcul des vitesses qui requiert une certaine réflexion.

Nous avons mis en place un modèle dans lequel la vitesse moyenne est calculée par l'intermédiaire d'un algorithme linéaire reposant sur une suite d'instructions conditionnelles. Le programme fonctionne à partir de trois modules introduisant progressivement les différents paramètres

2.1 Le premier module

Ce dernier est conditionné par trois étapes successives.

Une première met en relation la vitesse en fonction de la courbure des routes. On a pu montrer, par des relevés sur le terrain que la vitesse suivait une « loi » logistique décroissante de la distance au centre fonction du type de voie (étroite, moyenne, large ou très large). On peut définir d'une façon générale la relation suivante pour toutes les routes :

$$V_1 = \frac{V_{\max} e^{-\beta c + \alpha} + V_{\min}}{1 + e^{-\beta c + \alpha}}$$

où c est la courbure, V_1 est la vitesse fonction de la courbure de l'infrastructure, V_{\max} la vitesse maximale lorsque la courbure est proche de 0, V_{\min} la vitesse lorsque la courbure est proche de 180° et α et β des paramètres à évaluer.

Une première étape détermine de quelle voie il s'agit et fixe les paramètres V_{\min} , V_{\max} , α et β adaptés, une seconde fait intervenir le type de véhicule (poids lourd ou véhicule léger). Il calcule la valeur de vitesse pour les deux types de véhicules et réalise ensuite la moyenne entre les deux en fonction du pourcentage de chacun des deux.

Enfin une troisième étape introduit la limitation de vitesse à 50 en agglomération. Toutes vitesses supérieures à 50 en ville est réduite automatiquement à 50.

2.2 Le second module

Cette partie du modèle détermine une nouvelle valeur de vitesse en fonction du chiffre obtenu dans l'étape précédente.

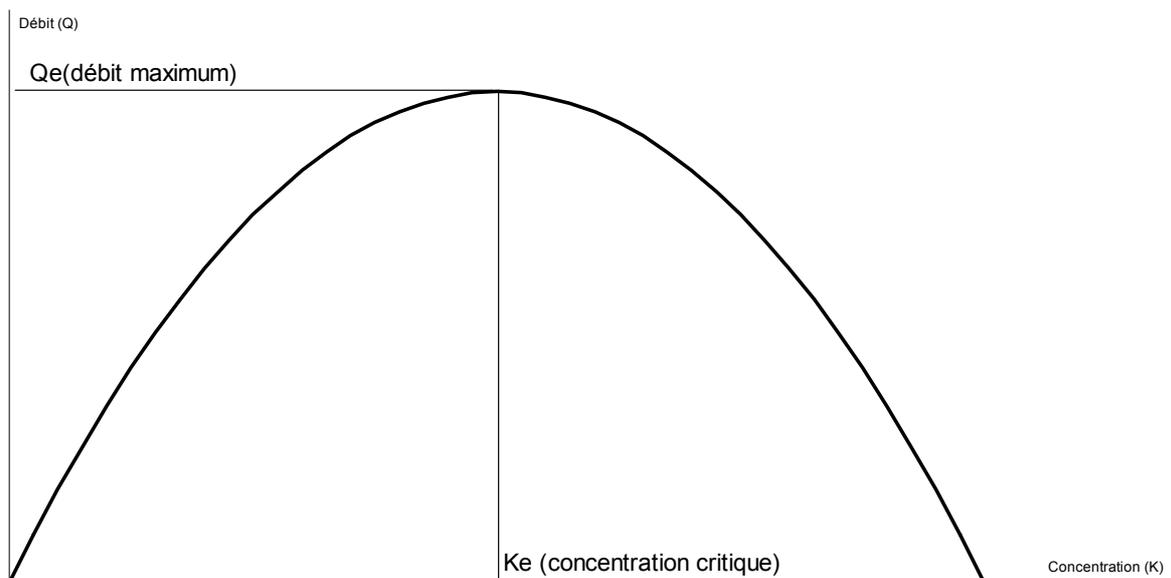
On introduit le trafic par l'intermédiaire des modèles macroscopiques de premier ordre (Berthier 1998, Lebacque 1999, Leclercq 1999). Dans ces derniers, on postule qu'il existe trois relations fondamentales liant le trafic, la vitesse et la concentration en véhicules.

$$\begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} &= 0 \\ Q &= KV \\ Q &= -\frac{Q_e}{K_e^2} (K - K_e)^2 + Q_e \end{aligned}$$

Q est le débit, K la concentration, Q_e le débit maximum et K_e la concentration critique.

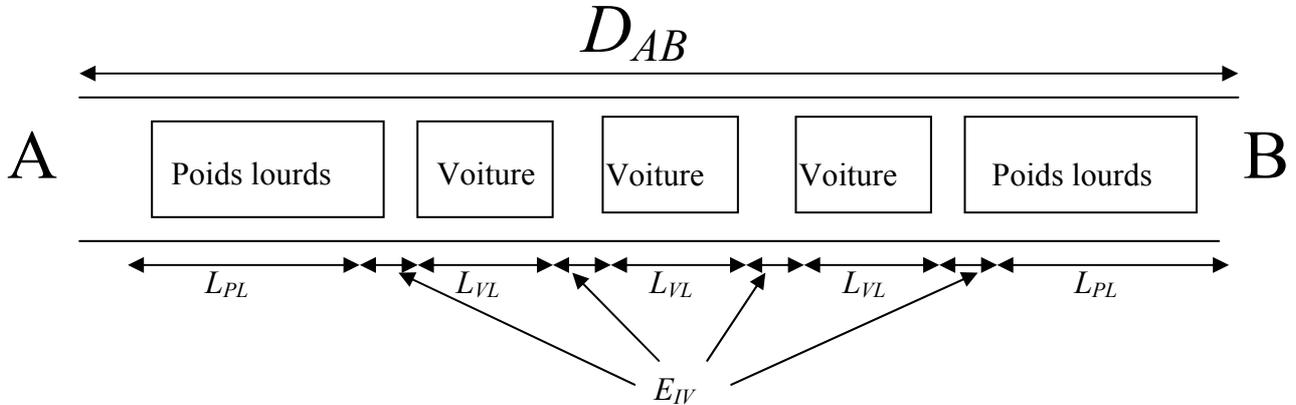
Graphiquement, on peut représenter la dernière relation de la façon suivante :

Figure 12 - La relation technologique des infrastructures dans les modèles macroscopiques de premier ordre



De l'ensemble des paramètres énoncés, seule la concentration critique est inconnue (K_e). Cette dernière se calcule à partir de la concentration maximale N_{max} . Nous proposons de l'envisager à partir du nombre maximum de véhicules. Pour ce faire, on considère que ce chiffre est atteint lorsque l'ensemble de la chaussée est occupé par les véhicules, ce qui correspond au graphique suivant :

Figure 13 - Décomposition d'un tronçon saturé



La distance D_{AB} peut être ensuite décomposée en trois parties :

- une longueur égale à la somme totale formée par les poids lourds (ΣL_{PL})
- une longueur égale à la somme totale formée par les véhicules légers (ΣL_{VL})
- une longueur formée par la somme de l'écart entre les véhicules (ΣE_{IV})

La distance D_{AB} peut alors être réécrite en fonction de ces trois éléments :

$$D_{AB} = \sum L_{VL} + \sum L_{PL} + \sum E_{IV}$$

En faisant intervenir le pourcentage de chaque type de véhicule ($\%_{VL}$ et $\%_{PL}$. Notons que nous avons négliger les transports en commun pour le calcul du pourcentage de poids lourds) et en notant le nombre de véhicules présents sur le tronçon N_{max} , il devient possible d'exprimer les différentes sommes. Nous noterons, en outre, qu'il est nécessaire de considérer à chaque extrémité du tronçon une demi-interdistance, ce qui nous conduit à une somme des écarts de $N_{max}E_{IV}$.

$$D_{AB} = N_{max} (1 - \%_{VL}) L_{VL} + N_{max} \%_{PL} L_{PL} + N_{max} E_{IV}$$

En calculant à présent N_{max} en fonction des autres paramètres, on montre alors que :

$$N_{max} = \frac{D_{AB}}{(1 - \%_{VL}) L_{VL} + \%_{PL} L_{PL} + E_{IV}}$$

N_{max} est ainsi le nombre maximal de véhicule que le tronçon est en mesure d'accueillir. Pour évaluer la concentration maximale (K_{max}), c'est à dire le nombre maximum de véhicules par kilomètre, il suffit de diviser N_{max} par D_{AB} .

$$K_{amx} = \frac{N_{max}}{D_{AB}}$$

D'après la relation technologique liant la concentration au débit, on en déduit que :

$$K_e = \frac{1}{2} K_{max} = \frac{N_{max}}{2D_{AB}}$$

En cherchant, à présent à calculer K en fonction des autres paramètres, on obtient les deux racines suivantes :

$$K = \sqrt{\frac{K_e^2 (Q_e - Q)}{Q_e}} + K_e$$

$$K = -\sqrt{\frac{K_e^2(Q_e - Q)}{Q_e}} + K_e$$

Nous ne conserverons que la portion décroissante qui ne reflète que la partie non congestionnée des tronçons. En observant que $Q = KV$, on peut aisément exprimer la vitesse en fonction de la concentration critique K_e et du débit selon le modèle suivant :

$$V = \frac{Q}{K} = \frac{Q}{-\sqrt{\frac{K_e^2(Q_e - Q)}{Q_e}} + K_e}$$

La vitesse ainsi calculée est le résultat du second module, base pour le troisième module portant sur les feux

2.3 Troisième module

Ce dernier prend en compte les feux de circulation. Il postule que le temps passé pour traverser un tronçon est décomposé en deux parties : une première où l'on circule à la vitesse du second module et une deuxième où l'automobiliste est arrêté au feu. Le temps total est de ce fait la somme entre un temps de circulation ($t_{circulation} = D_{AB} / V_4$) et un temps passé à attendre le feu vert ($t_{feux} = \text{nombre de feux } (n_f) * \text{temps d'attente à un feu } (t_f)$) soit la formule suivante :

$$V_{Finale} = \frac{D_{AB}}{T_{AB}} = \frac{D_{AB}}{T_{circulation} + T_{feux}} = \frac{D_{AB}}{\frac{D_{AB}}{V_4} + n_f t_f}$$

Il aurait pu être possible de considérer qu'une partie des feux ou la totalité était verte, ce qui aurait donné un temps de feux fixe. Or, nous savons très bien que le fait de tomber sur un feu rouge ou vert est assez hasardeux. Nous avons fait le choix d'un calcul du nombre de feux rouges ou verts basé sur un modèle probabiliste très simple. On considère que l'on a en moyenne une chance sur deux d'obtenir un feu vert (probabilité de $\frac{1}{2}$) et que cette dernière se reproduit à chaque feu. En somme les chances de se retrouver avec un nombre de feux moyen sont plus importantes que les chances d'avoir un nombre de feux faible ou fort.

On peut alors, pour un tronçon, considérer le total de feux rouges comme une variable aléatoire.

Le nombre de cas possibles (ou cardinal) est de 2^n . On peut, à partir de cinq feux, réaliser $2^5 = 32$ combinaisons : VVVVV, RVVVV, VRVVV, VVRVV, ...

On définit alors une loi probabiliste de la variable aléatoire de l'événement $X = n$ (le nombre de feux rouge est n) en réalisant le quotient du nombre de cas favorables sur le cardinal.

Par exemple toujours pour cinq feux, il existe cinq possibilités pour que $X = 1$: RVVVV, VRVVV, VVRVV, VVVRV et VVVVR.

De la même manière, il est possible de calculer la probabilité de l'ensemble des valeurs prises par X .

Ainsi, en comptant les cas, on peut constater que

$$P(X = 0) = 1/32$$

$$P(X = 1) = 5/32$$

$$P(X = 2) = 10/32$$

$$P(X = 3) = 10/32$$

$$P(X = 4) = 5/32$$

$$P(X = 5) = 1/32$$

La somme totale des probabilités est bien égale à 1.

Au delà de cette exemple, il est tout à fait possible de calculer les probabilités pour un nombre n de feux non déterminé. Le nombre de cas favorables se définit comme une combinaison de p éléments (nombre de feux rouges) parmi n (nombre de feux).

De fait, on a :

$$P(X = n) = \frac{C_n^p}{cardn} = \frac{\frac{n!}{(n-p)!p!}}{2^n} = \frac{n!}{2^n(n-p)!p!}$$

Vérifions à présent notre formule sur le cas précédent.

$$P(X = 0) = \frac{C_5^0}{card5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

$$P(X=1) = \frac{C_5^1}{card5} = \frac{5!}{(5-1)!1!} = \frac{5}{32}$$

$$P(X=2) = \frac{C_5^2}{card5} = \frac{5!}{(5-2)!2!} = \frac{10}{32}$$

$$P(X=3) = \frac{C_5^3}{card5} = \frac{5!}{(5-3)!3!} = \frac{10}{32}$$

$$P(X=4) = \frac{C_5^4}{card5} = \frac{5!}{(5-4)!4!} = \frac{5}{32}$$

$$P(X=5) = \frac{C_5^5}{card5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

On peut assez facilement traduire sous Excel ce modèle en introduisant les parties entières et les arrondis :

$$n_f = Ent(Aléa() + 0.5)Arrondi\left(\frac{Nbfeux}{Nbfeux + 0}\right) + Ent(Aléa() + 0.5)Arrondi\left(\frac{Nbfeux}{Nbfeux + 1}\right) + \dots$$

$$+ Ent(Aléa() + 0.5)Arrondi\left(\frac{Nbfeux}{Nbfeux + n_{f-1}}\right)$$

où *Ent()* est la partie entière de la parenthèse, *Arrondi()*, l'arrondi de la parenthèse, *Nbfeux* le nombre de feux, *n_f* le nombre de feux rouges et enfin *Aléa()* un nombre aléatoire entre 0 et 1

A l'issue des trois modules, on obtient une carte des vitesses que l'on peut cartographier par une analyse thématique. Nous observerons que l'introduction d'un aléa dans le modèle tend à produire des cartes de vitesses qui ne sont jamais identiques. En réalisant une série de 50 essais de vitesse et en calculant la moyenne, on obtient une image plus juste du fonctionnement de l'aire urbaine.

Pour évaluer les temps d'accès au centre, il convient d'intégrer ces vitesses dans un graphe. Le module d'accessibilité du logiciel permet ainsi à partir d'un point unique (place de la libération à Dijon), le calcul de l'ensemble des plus courts chemins vers la totalité des communes (chaque commune est réduite à un seul point : le centre du village), ce qui représente pour Dijon près de 168 plus courts chemins.

En employant cette méthode, on présuppose que la population de chaque commune se concentre au centre du village.

Une analyse thématique par coloration continue permet ensuite de représenter assez correctement une carte par isochrone du temps d'accès au centre.

Figure 14 -
Vitesses théoriques moyennes dans l'aire urbaine dijonnaise

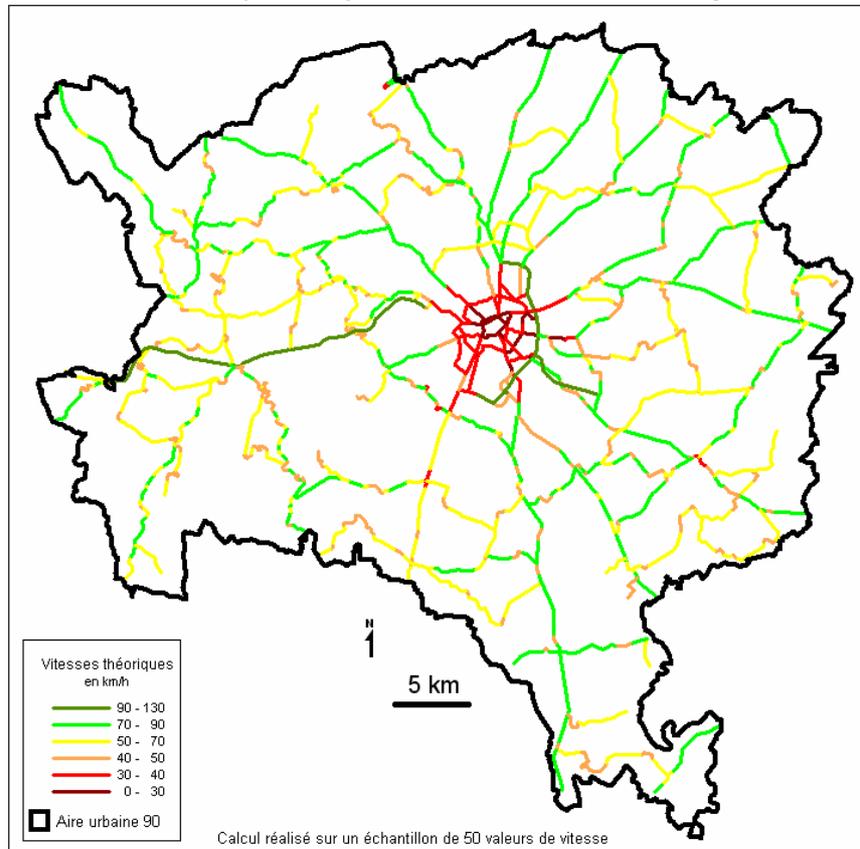
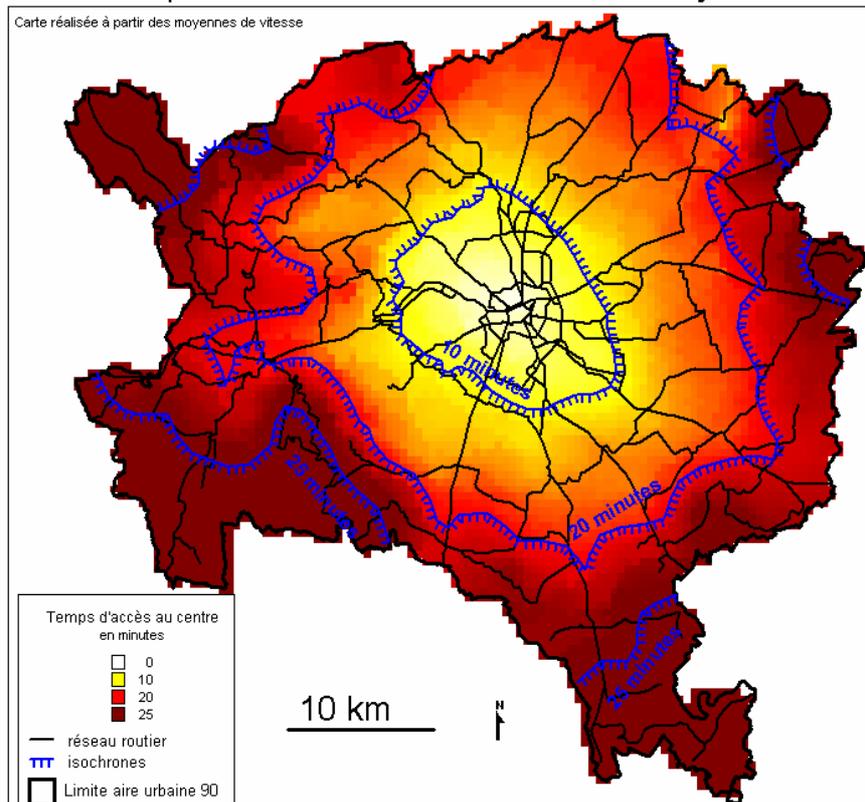


Figure 15 -
Temps d'accès au centre de l'aire urbaine dijonnaise



Cette partie nous a ainsi permis de mettre en place une méthode de calcul des vitesses et ce dans le but de d'évaluer les temps d'accès dans un graphe, il nous a en outre été possible de créer une carte des temps d'accès au centre de Dijon. Nous proposons dans la partie suivante d'utiliser ces calculs pour les mettre en relation avec les modèles de densité et de population cumulée.

3 Relations entre la vitesse, l'accessibilité et l'étalement urbain

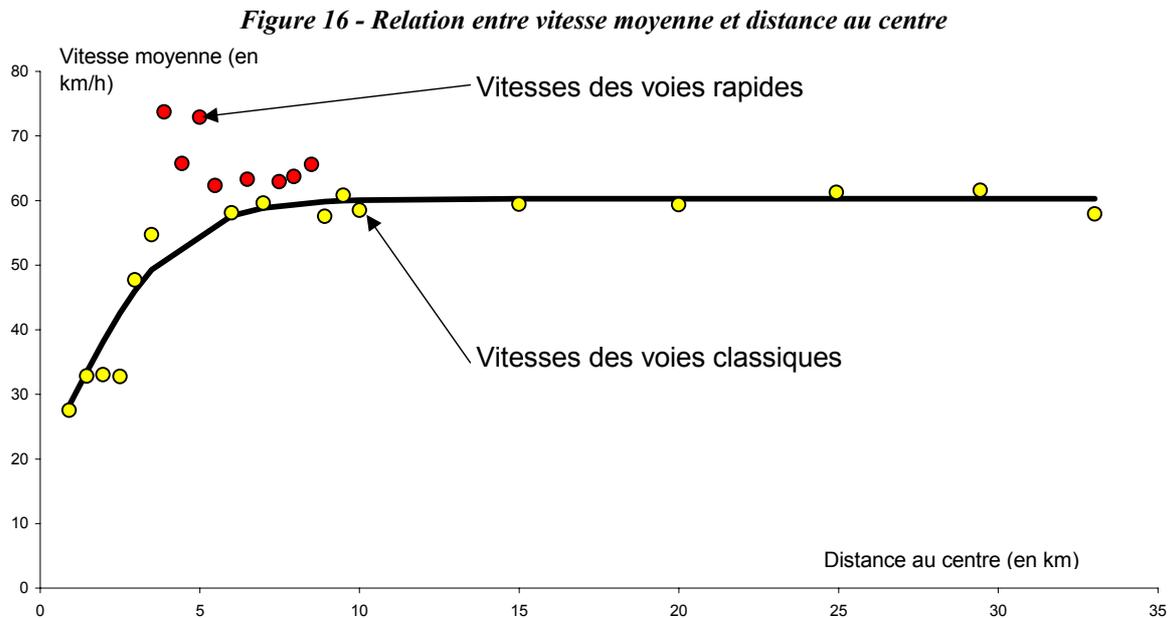
Dans un premier temps, montrons que la distance et les temps d'accès sont liés dans une relation non-linéaire.

3.1 De la distance aux temps d'accès

Pour commencer reprenons la carte des vitesses moyennes que nous avons établie dans le paragraphe précédent. En calculant une moyenne des vitesses par couronnes, il se dégage une relation liant la distance au centre à la vitesse. Cette dernière peut être synthétisée sous la forme d'une fonction logistique croissante.

$$V(x) = \frac{V_{\max}}{1 + e^{-\lambda x + p}}$$

où x est la distance au centre, V_{\max} est la vitesse maximale en milieu périurbain, λ le coefficient de congestion et p le paramètre définissant la vitesse au centre.



Pour déterminer les temps d'accès, partons de la relation fondamentale définissant la vitesse

$$V(x) = \frac{\partial x}{\partial t}$$

où $V(x)$ est la vitesse à une distance x du centre, ∂x la variation de distance au centre et ∂t la variation de temps d'accès au centre. On tire de cette expression le temps : $\partial t = \frac{\partial x}{V(x)}$

Cette nouvelle relation peut être transformée en intégrale :

$$T(x) = \int_0^x \frac{1}{V(x)} \partial x \Leftrightarrow T(x) = \frac{1}{V_{\max}} \int_0^x (1 + e^{-\lambda x + p}) \partial x$$

Ce qui peut être simplifié en :

$$T(x) = \frac{e^p}{\lambda V_{\max}} (1 - e^{-\lambda x}) + \frac{x}{V_{\max}}$$

Les temps d'accès sont donc fonctions de la distance au centre et dépendent également de divers paramètres :

- λ représentant le facteur de congestion

- V_{max} la vitesse maximale en milieu périurbain
- p le facteur caractérisant la vitesse au centre.

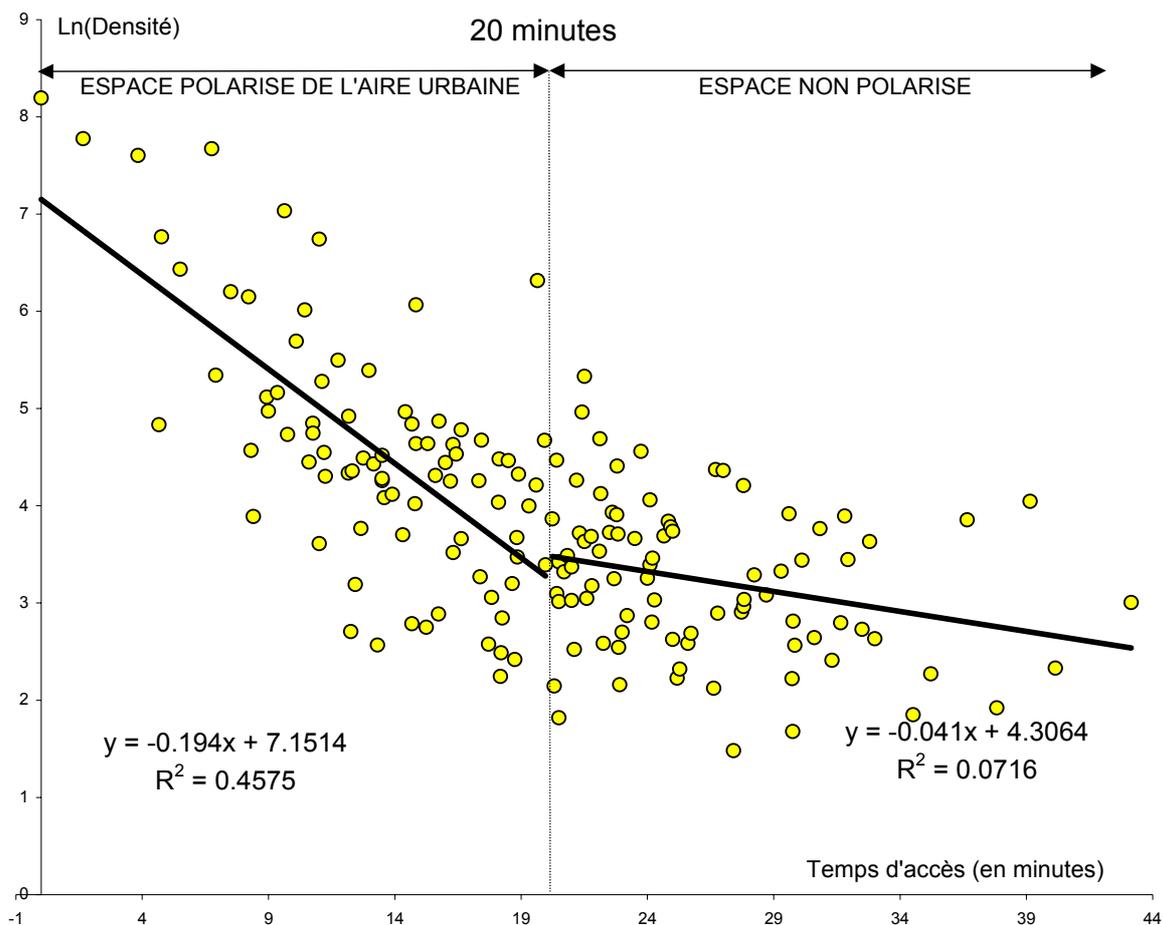
Dans l'hypothèse où on ne prend plus la distance au centre comme descripteur mais les temps d'accès, on se doit de transformer la nature même de la relation liant les densités au temps ou les populations cumulées au temps.

3.2 Analyse des relations entre l'accessibilité et les modèles de densité résidentielle

Nous avons montré que l'on observait une certaine déformation des temps au voisinage du centre (la courbe s'incurve), on trouve alors une fonction adoptant un profil non-linéaire déformant quelque peu le profil de la relation densité/temps ou population cumulée/temps vers le centre.

On en déduit que l'on peut mettre en place des fonctions qui n'adoptent pour les temps d'accès plus nécessairement exactement le même type de formalisation. Ainsi, pour les densités, par exemple, on observe un nuage de points qui s'étire toujours selon une exponentielle mais nettement plus douce, s'éloignant bien plus du centre de l'agglomération. Il existe aussi une rupture entre une logique plus pentue entre le centre et une certaine distance caractérisant en quelque sorte les parties les plus proches de l'espace périurbain et une marge périurbaine plus lointaine. « Cette fracture » se situe approximativement à 20, 25 minutes. Cette limite temporelle à partir de laquelle on va passer d'un espace périurbain encore fortement dense à des territoires plus reculés correspond en réalité peu ou prou à la frontière définie par Zahavi (soit un aller retour vers le centre ville). Ce dernier définit un seuil (en moyenne entre 50 minutes et 1h) au delà duquel les résidents ne sont plus en mesure de s'installer compte tenu de leur emploi du temps journalier. Notre graphique de la densité en fonction des temps d'accès en est l'expression.

Figure 17 – Densité et temps d'accès

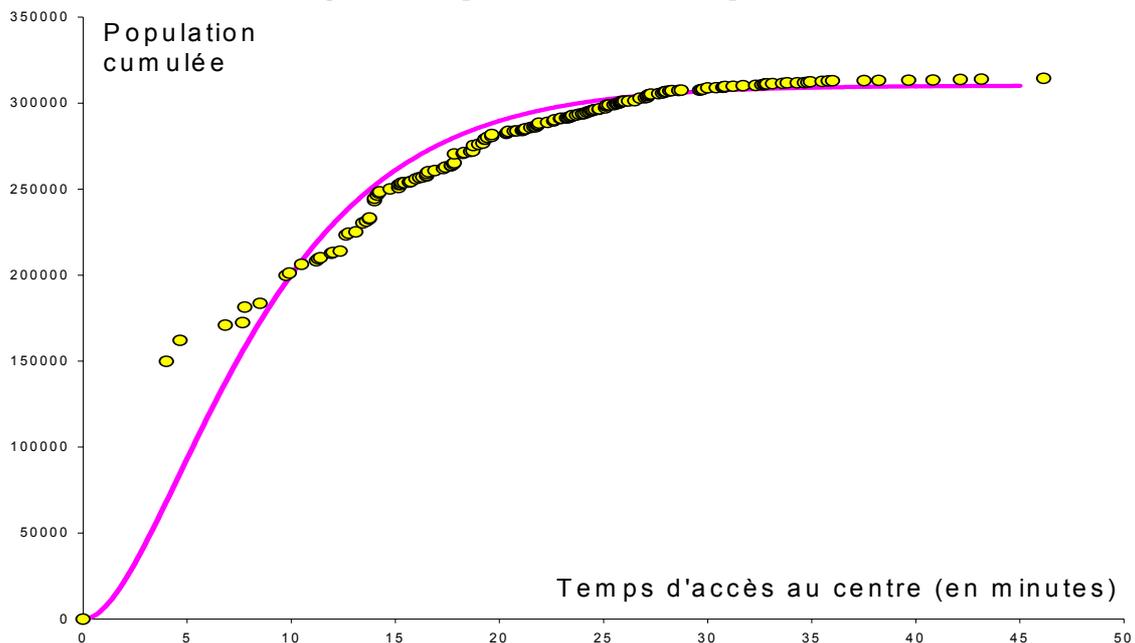


Comme pour les densités, examinons la relation entre les temps d'accès et les populations cumulées en fonction des temps d'accès.

On remarque qu'à l'évidence, si la nature de la relation n'a pas fondamentalement changée, elle ne doit en tous les cas plus être envisagée sous la forme d'une fonction de type Bussière amendée. On observe alors que cette dernière est semble-t-il plus proche de la forme simple du modèle soit le profil le plus classique.

Les populations cumulées progressent assez fortement entre 0 et 25 minutes puis l'augmentation se fait plus douce jusqu'à tendre vers 0 au alentours de 30 minutes. Cette limite correspond à nouveau à la barrière temporelle de Zahavi. Nous observerons que le modèle de Bussière repose sur les densités et que, par conséquent, étant donné l'ajustement relativement satisfaisant du modèle exponentiel négatif, les données ne pouvaient que bien fonctionner avec les temps. De même que nous avons noté une rupture dans les densités au-delà de 20 minutes, il en est de même pour les populations cumulées. Le constat d'adéquation avec l'hypothèse de Zahavi n'est par une confirmation de la conjecture (1h maximum de déplacement quotidien) mais plutôt un hasard. En effet, en examinant des agglomérations ou des aires urbaines plus importantes que celles de Dijon, on observerait un accroissement de cette barrière temporelle. Autrement dit, la limite de 20 minutes ou de 25 minutes est avant tout propre à Dijon. Sur Lyon, cette durée pourra être de 30 minutes à 45 minutes et sur Paris, de plus de deux heures. Comment le justifier ? Nous évoquerons l'idée que cette limite correspond en réalité à un seuil psychologique propre à chaque agglomération. Nous émettons l'idée que ce dernier est en rapport avec coût du foncier autour de l'agglomération. Plus il sera important, plus les individus accepteront de s'éloigner du centre.

Figure 18 – Population cumulée et temps d'accès



3.3 Spatialisation du modèle de Bussière

Comme nous disposons de la carte des distances-temps, il nous est possible de représenter en deux dimensions le modèle de BUSSIÈRE (Chapuis, Enault, Mannone, Maigrot et Renaud 2002). Nous devons également prendre en compte le fait que ce dernier ne s'applique que pour un secteur déterminé de l'aire urbaine.

La logique est celle des temps d'accès, à savoir une organisation en ellipse qui oppose assez nettement l'ouest à l'est.

- Dans la partie ouest, l'angle de non application, les isochrones sont déformées et l'axe de l'A 38 s'individualise très nettement. Au regard des populations réellement présentes, nous ne percevons pas une si grande extension de la courbe des populations cumulées vers l'ouest. Le plateau, quant à lui, semble comprimer les populations dans un périmètre relativement réduit.

Même si l'on peut effectivement assister à un mouvement de rassemblement vers le centre et de mise à l'écart des parties du plateau, nous ne devons pas considérer les données du modèle spatialisé comme conforme à la réalité (en référence aux éléments de la première partie).

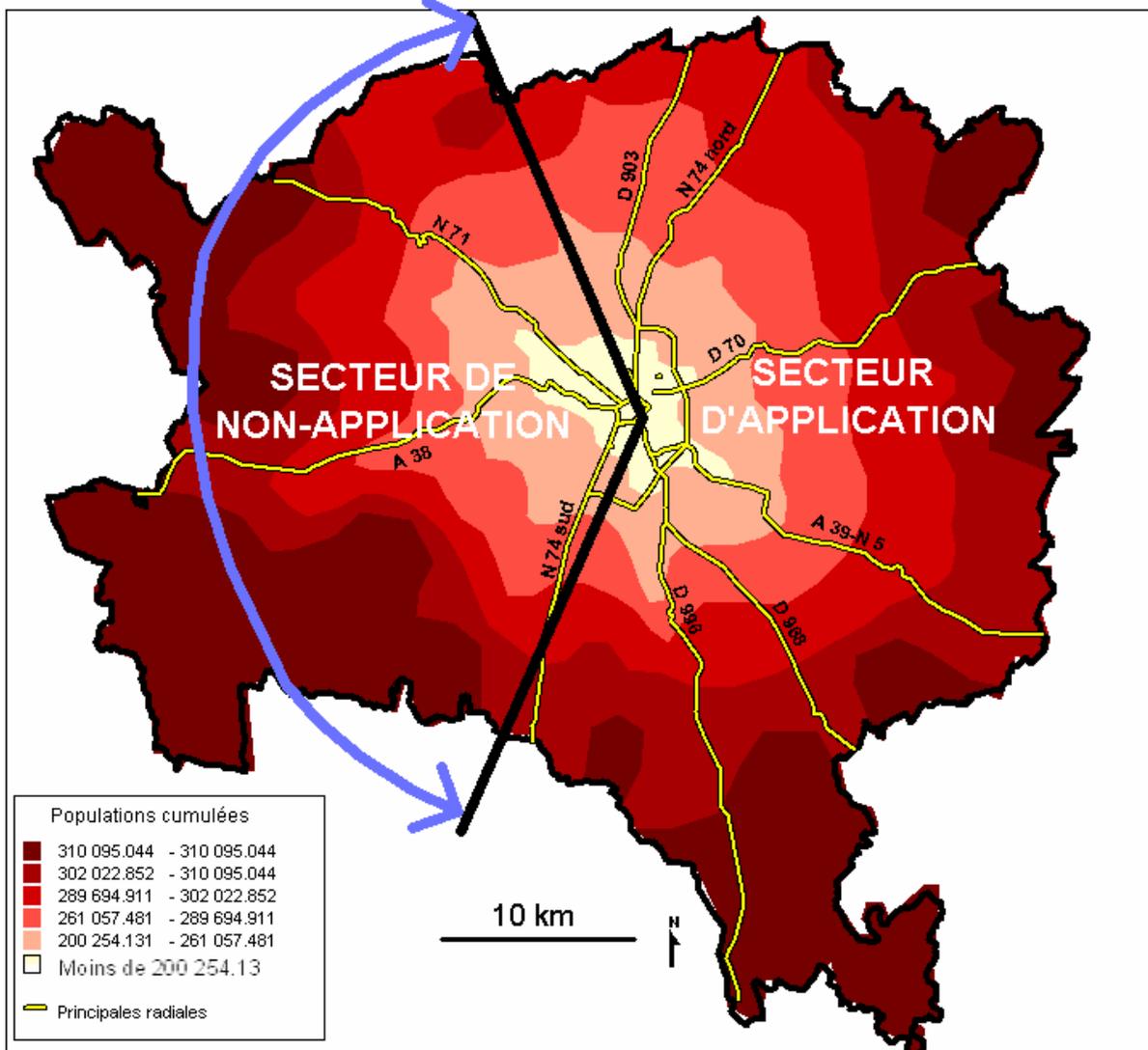
- C'est finalement la partie est qui « rentre le plus dans le moule » avec des isochrones globalement concentriques et donc une organisation des populations cumulées assez proche de la coupe en deux dimensions.

On peut bien évidemment percevoir des variations d'accessibilité plus locales qui vont naturellement influencer sur la répartition des populations.

On observera ainsi des étirements en direction de l'A 39 et de la D 996. Une troisième direction apparaît également celle de la N 74. Les radiales les plus importantes semblent de fait contribuer à un étalement urbain.

Les communes à l'écart (plus de 20 minutes du centre de Dijon) se limitent à l'extrême sud en direction de la Saône et à l'extrême est.

Figure 19 - Spatialisation du modèle de BUSSIÈRE en fonction des temps d'accès



C.Enault Laboratoire THEMA Dijon MAPINFO

CONCLUSION

Cette étude a permis, dans un premier temps, de décrire la morphologie urbaine dijonnaise par le biais des modèles de densité résidentielle. Il se dégage une logique concentrique perturbée par une opposition est-ouest. On en déduit que l'étalement urbain apparaît plus sensible à l'est de l'agglomération.

La seconde partie de ce travail a été la mise au point d'une méthode de calcul des vitesses automobiles. L'analyse radiale des résultats permet de constater l'aspect concentrique des vitesses. On montre, par une intégration, que les temps sont une fonction non-linéaire de la distance au centre.

En conséquence, si l'on substitue le temps par la distance dans les modèles de densité résidentielle, on doit aussi modifier leur formalisation. On a également pu vérifier l'adéquation des modèles de Clark et de Bussière avec la conjecture de Zahavi.

BIBLIOGRAPHIE

- BERTHIER J.P (1998), Congestion urbaine : un modèle de trafic de pointe à courbe débit-vitesse et demande élastique, *Les cahiers scientifiques du transport*, n°34, p. 3-29
- BUSSIERE R. (1975), *Interactions urbaines. Le modèle du CRU*. Annales 1975, Centre de recherche d'urbanisme
- CLARK C. (1951), Urban Population Densities, *Journal of the Royal Statistical Society* (serie A), n°114, p. 490-496
- EDMONSTON B., GOLDBERG M.A., MERCER J. (1984), Urban form in the Canada and the United States : an examination of urban density gradients, *Urban Studies*, n°22, p. 209-217
- INGRAM G.K., CARROLL A. (1981), Symposium of urbanization and development. The spatial structure of latin American cities, *Journal of urban economics*, n°9, p. 257-273
- LEBACQUE J.P. (1999), Comment simuler le caractère fini de l'accélération des véhicules dans le cadre des modèles macroscopiques du premier ordre, *Modélisation du trafic* sous la direction de J.P.LEBACQUE, Acte n°64, INRETS, p. 93-113
- LECLERCQ L. (2002), Modélisation du trafic et estimation des nuisances sonores, *modélisation du trafic*, actes du groupe de travail 1999
- MILLS E. (1970), Urban density function, *Urban Studies*, n°7, p. 5-20
- MILLS E. (1980), A comparison of urban population density Function in developed and developing countries, *Urban Studies*, n°17, p. 313-321
- NEWLING B.E. (1969), The spatial variation of population densities, *Geographical Review*, n°59, p.242-252
- PASSEGUE S. (1997), Rugosité routière et mesure des temps d'accès en milieu rural : une modélisation par corroyage, *Espace Géographique*, n°4, p. 355-366
- PEGUY P.Y. (2002), Analyse économique des configurations urbaines et de leur étalement, thèse de doctorat en sciences économiques, Université de Lyon II Lumière
- TABOURIN E., BONNAFOUS A. (1998), Modélisation de l'évolution des densités urbaines, *Données urbaines tome 2* sous la direction de D.PUMAIN et M.F.MATTEI, ed. Economica Anthropolos, coll. Villes, p. 167-180
- TELLIER L.N. (2000), Le couple mobilité-immobilité au cœur de l'étalement urbain : le cas montréalais, *Les cahiers scientifiques du transport*, n°37, p. 31-58